LA MATEMÁTICA EN SITUACIONES PROPIAS DE LA INGENIERÍA AGRONÓMICA

Bocco, Mónica. Canter, Claudina. Sayago, Silvina

Matemática. Facultad de Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional de Córdoba
mbocco@agro.unc.edu.ar, canter@agro.unc.edu.ar, ssayago@agro.unc.edu.ar

Eje temático: 3 a

Palabras claves: variable, parámetro, proporcionalidad, problemas de aplicación

Resumen

La resolución de problemas favorece el desarrollo de capacidades de reflexión, crítica y valoración. Una característica observable en los estudiantes es que codifican rápidamente cualquier correlación entre los rasgos superficiales de un problema y el método utilizado para resolverlo y proceden a repetir ese método al detectar características similares en otros problemas. Ejemplo de ello es la tendencia a generalizar el uso del modelo proporcional. El modelo 3UV plantea desde diferentes aristas las competencias necesarias para utilizar correctamente las variables en la resolución de problemas. Este trabajo se planteó como objetivos estudiar cuáles son las dificultades que presentan los alumnos, de primer y segundo año de Ingeniería Agronómica de la Universidad Nacional de Córdoba, cuando se enfrentan al uso e interpretación de los parámetros y variables en la función lineal e identificar el reconocimiento, por parte de los estudiantes, de las situaciones que involucran modelos proporcionales y no-proporcionales. Para este fin se diseñó un problema de matemática aplicada con cuatro incisos, el cual se evaluó en primer y segundo año. Se observó un mejor desempeño en los estudiantes de segundo año respecto al manejo del modelo proporcional. En ambos grupos hubo mayores porcentajes de errores cuando en el problema se debía identificar el tipo de función y las variables involucradas.

Introducción

Matemática, al pertenecer al currículo de la carrera de Ingeniería Agronómica tiene como objetivo favorecer la habilidad de construir y utilizar modelos para describir situaciones propias de la ingeniería rural y problemas complejos que se derivan de situaciones reales, en general.

La resolución de problemas ofrece a los estudiantes el desarrollo de capacidades de reflexión, crítica y valoración y lleva implícita las potencialidades necesarias para que el sujeto se enriquezca, trasforme el objeto y se transforme a sí mismo. Proponer alternativas para resolver un problema, constituye un elemento determinante de la propia acción de un profesional, dado que requiere de una actividad creativa, innovadora y por ende de búsqueda de la opción de solución más apropiada. (Diéguez Batista *et al*., 2003)

La transferencia de conceptos aprendidos a la resolución de situaciones problemáticas es una operación que muchas veces presenta dificultades para los alumnos. En general, pasar de usar fórmulas a resolver un problema, donde las mismas deben ser aplicadas, es un ejercicio que no siempre se realiza con fluidez. Al respecto, partimos de la suposición de que si bien algunas competencias se adquieren por la simple experiencia de vida, otras exigen el trabajo pedagógico formal (Bocco *et al*., 2010).

Desde el área de Matemática (FCA – UNC) uno de los objetivos planteados es "*contribuir a formar y capacitar a los futuros ingenieros agrónomos que deberán asumir la responsabilidad de generar y/o aplicar modelos productivos de avanzada, conjuntamente con el desarrollo de nuevos conocimientos científicos y tecnológicos*" (Planificación 2011).

El pensamiento algebraico de los estudiantes se comienza a desarrollar en la escuela primaria y va evolucionando a medida que avanzan en su instrucción académica. Se considera que los alumnos han alcanzado un pensamiento algebraico maduro cuando son capaces de integrar y diferenciar los distintos usos de la variable, es decir, cuando pueden operar con ella de manera flexible.

Se esperaría que los estudiantes universitarios fueran capaces de interpretar, manipular y simbolizar los diferentes usos de la variable: incógnita, número general incluidos parámetros y variables relacionadas, (Ursini y Trigueros, 2006).

Los parámetros aparecen en la escuela secundaria cuando se introduce el concepto de función, que es uno de conceptos centrales en el aprendizaje de la matemática, a fin de poder agrupar en "familias" a los distintos tipos de funciones. El proceso de abstracción que se requiere en este caso es mucho mayor al necesario para operar con la variable como incógnita pues se realiza un proceso de generalización.

Trabajar correctamente con parámetros implica capacidad para distinguirlos de incógnitas y variables relacionadas. Si bien se puede considerar a los parámetros como uno de los usos de la variable, las relaciones que se ponen en juego al momento de operar con ellos son muy distintas a las necesarias para tratar con incógnitas o variables relacionadas, por este motivo no es sorprendente que algunos alumnos presenten mucha dificultad para distinguir entre parámetro y variable relacional.

Otra característica observable en los estudiantes, a lo largo de la práctica docente, es que codifican rápidamente cualquier correlación entre los rasgos superficiales de un problema y el método utilizado para resolverlo y proceden a ejecutar ese método al detectar características similares en otros problemas. Uno de los ejemplos más claros de resolución de problemas con comportamiento erróneo es la tendencia de los estudiantes, en todos los niveles, a generalizar en exceso el rango de aplicabilidad del modelo proporcional (Van Dooren *et al.*, 2005).

El razonamiento proporcional es un contenido matemático básico en el currículo de enseñanza, aplicable en distintas áreas de conocimiento. Sin embargo, el efecto del contenido en el razonamiento proporcional ha sido escasamente estudiado (Sanz, 1996).

El estudio de las conductas al enfrentarse con los problemas de naturaleza proporcional y los nuevos aportes surgidos del seguimiento a los estudiantes, contribuirá a la revisión de las metodologías de enseñanza.

En este trabajo nos propusimos como objetivos:

- Estudiar cuáles son las dificultades que presentan los alumnos cuando se enfrentan al uso e interpretación de los parámetros y variables en la función lineal.
- Identificar el reconocimiento, por parte de los estudiantes, de las situaciones que involucran modelos proporcionales y no-proporcionales.
- Comparar el desempeño de los estudiantes de 1er año y 2do año frente a los problemas de aplicación agronómica.
- Propiciar un espacio propio de investigación, reflexión y construcción de nuevas estrategias de enseñanza interdisciplinarias.

Marco Teórico

Para el análisis de las producciones de los alumnos se utilizó el *Modelo 3UV* (3 Usos de la Variable) (Trigueros y Ursini (1998)). Este modelo fue creado a fin de analizar las competencias necesarias para resolver los ejercicios y problemas típicos de álgebra. Uno de los resultados más importantes que arrojó este análisis fue que en los cursos de álgebra elemental, aparecen esencialmente tres usos de la variable: la incógnita específica, el número general (aquí están incluidos los parámetros) y las variables en relación funcional. Es decir, las letras usadas en las expresiones algebraicas pueden representar incógnitas cuando representan un valor determinado pero desconocido (las ecuaciones son un ejemplo de esto), variables en relación cuando representan un rango especifico de posibles valores (su uso está vinculado al tratamiento de funciones) y por último pueden ser utilizadas como números generalizados, cuando pueden tomar más de un valor (el uso de los parámetros está asociado a las familias de funciones o de ecuaciones).

Cada modo de usar la variable puede analizarse teniendo en cuenta los distintos aspectos implicados en ellos, que podemos resumir:

• La resolución exitosa de problemas y ejercicios que involucran *la incógnita* está vinculada a las siguientes acciones:

I1) Reconocer e identificar en una situación problemática la presencia de algo desconocido que puede ser determinado considerando las restricciones del problema.

I2) Interpretar los símbolos que aparecen en una ecuación como la representación de valores específicos.

I3) Sustituir la variable por el valor o los valores que hacen de la ecuación un enunciado verdadero.

I4) Determinar la cantidad desconocida que aparece en ecuaciones o problemas, realizando las operaciones algebraicas o aritméticas.

I5) Simbolizar las cantidades desconocidas identificadas en una situación específica y utilizarlas para plantear ecuaciones.

• Para la resolución de problemas y ejercicios que involucran *el número general* es necesario:

G1) Reconocer patrones, percibir reglas y métodos en secuencias y en familias de problemas.

G2) Interpretar un símbolo como la representación de una entidad general indeterminada que puede asumir cualquier valor.

G3) Deducir reglas y métodos generales distinguiendo los aspectos invariantes de las variables en secuencias y familias de problemas.

G4) Manipular (simplificar, desarrollar) la variable simbólica.

G5) Simbolizar enunciados, reglas o métodos generales.

• En los problemas y ejercicios que involucran *variables en relación funcional* se ponen en juego habilidades como:

F1) Reconocer la correspondencia entre variables relacionadas, independientemente de la representación utilizada (tablas, gráficas, problemas verbales, expresiones analíticas).

F2) Determinar los valores de la variable dependiente, dados los valores de la independiente.

F3) Determinar los valores de la variable independiente, dados los valores de la dependiente.

F4) Reconocer la variación conjunta de las variables involucradas en una relación funcional, independientemente de la representación utilizada.

F5) Determinar los intervalos de variación de una de las variables, dado el intervalo de variación de la otra.
F6) Simbolizar una relación funcional, basados en el análisis de los datos.

Metodología y recursos

Basados en una metodología diagnóstico-descriptiva, se estudiaron el tipo de dificultades que presentan los alumnos de Ingeniería Agronómica, cuando se enfrentan al uso e interpretación de los parámetros y variables y de situaciones que podrían conducir al razonamiento proporcional, en una situación problemática aplicada a la agronomía en la que aparece la función lineal.
Se planteó un problema aplicado, con contenidos matemáticos, que incluyó temáticas propias de Maquinaria Agrícola. Con el fin de analizar la variación del tipo de errores cometidos por los estudiantes durante y después del dictado de la materia "Matemática I", se evaluaron estudiantes de primer año y de segundo año. El problema se presentó en cuatro comisiones de trabajos prácticos de Matemática I (148 alumnos de 1er. Año de la FCA- UNC) y en dos de Maquinaria Agrícola (57 alumnos de 2do. Año de la FCA- UNC). Se les solicitó a los estudiantes que resolvieran los incisos planteados para luego contestar las preguntas y que explicaran con "sus palabras" los procedimientos realizados.
El problema constaba de cuatro incisos (ver Anexo) en los que los alumnos tenían que reemplazar valores en una función lineal y realizar el cálculo (inciso a) y hacer lo mismo en los incisos b y c previa división por 2 de uno de los datos. Se intentó, con el diseño del problema, averiguar si los estudiantes, para dar respuesta a los incisos b y c, se inclinarían a dividir los resultados de los ítems anteriores, es decir hacer uso implícito de la "regla de tres".
El inciso d) preguntaba sobre el tipo de función utilizada y la identificación de las variables independiente y dependiente.
En la construcción del problema, los incisos llevaron implícito, además del cálculo, la distinción entre variables y parámetros. El análisis de esta habilidad se realizó a partir del modelo 3UV de Trigueros y Ursini (1998). A partir de este modelo, se identificaron en las consignas del instrumento los aspectos involucrados en cada una.

Consigna a) F4-I3-I4-G4-F2
Consigna b) G1-G2-F1-F2
Consigna c) G1-G2-F1-F2
Consigna d) F1- F4

Resultados

Se comenzó analizando cada inciso por separado y considerando, en primer lugar, si éste estaba resuelto o no. En el caso de tener resolución, se verificó si ésta era correcta, de lo contrario se identificaron los errores más comunes encontrados.

En el ítem a) se observó un alto porcentaje de alumnos que resolvieron correctamente (Gráfico I). Este apartado involucraba sólo el reemplazo de datos, el cálculo, y la destreza de distinguir variables de parámetros.

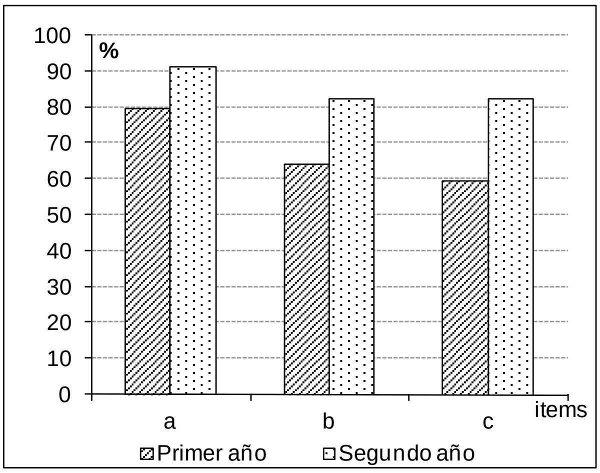


Grafico I- Porcentaje de resoluciones correctas de los primeros tres ítems, según año de estudio.

Considerando al grupo de primer año, para el caso del inciso b), se observó un escaso uso implícito de la "regla de tres" (4,72%) pues no reconocieron la correspondencia entre las variables relacionadas la cual estaba dada por una función lineal, lo que mostró un manejo inadecuado del aspecto F1 (Figura 1).

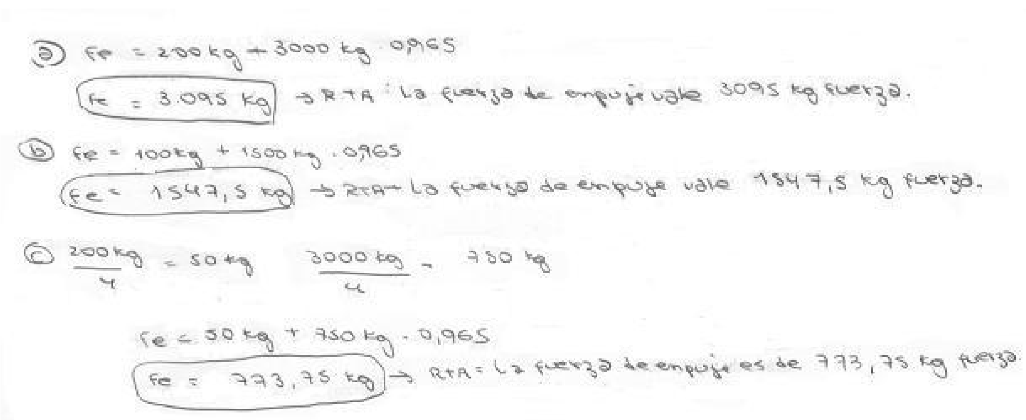


Figura 1: Una resolución de los ítems b) y c) utilizando implícitamente la regla de tres, dada por el alumno AB.

Un porcentaje más elevado (12,16%) se observó al considerar la confusión de parámetro con variable donde se involucraban los aspectos que corresponden a los descriptos en G1, G2, G3 y F1. Es decir, a la constante dada como término independiente no se la consideró como tal y se le asignó el rango de variable, obviando la notación de “*x*” para designar a la variable independiente a quien debían interpretar como una entidad general capaz de asumir un rango de valores (Figura 2).

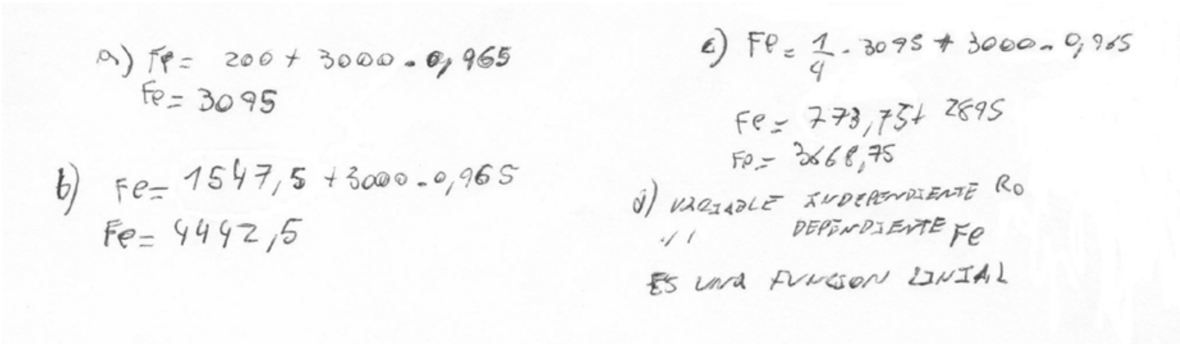


Figura 2: Una resolución de los ítems b) y c) utilizando como variable independiente al parámetro, dada por J T.

No hubo uso de proporcionalidad en el caso del grupo de segundo año, aunque sí se observaron errores de confusión de variables con parámetros (5,26%) (Gráfico II).

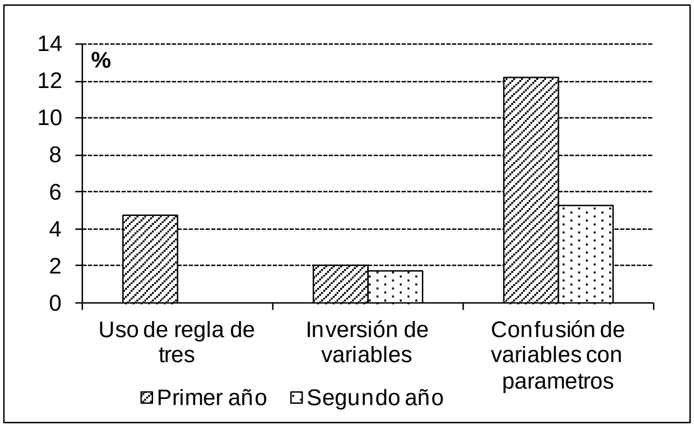


Gráfico II: Porcentaje de errores en la resolución del ítem b), según año de estudio.

Observando los resultados del ítem c) (Gráfico III), si bien este inciso era análogo al b), para el grupo de primer año, se observó un porcentaje menor de resoluciones correctas. Los porcentajes para uso de la regla de tres e inversión de las variables se mantuvieron idénticos, aunque en el error de confundir variable con parámetro éste aumentó a 13,51%. Los estudiantes de segundo año, en dicha categoría, repitieron el mismo porcentaje de error que en el ítem b), sin embargo aumentó la proporción de alumnos que cometieron errores operacionales (5,26%).

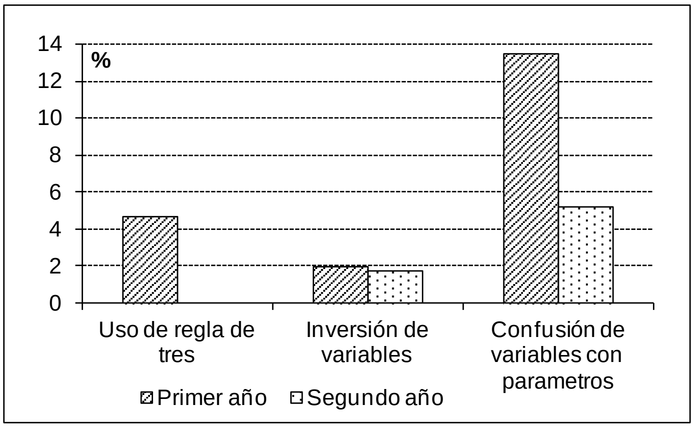


Gráfico III: Porcentaje de errores en la resolución del ítem c), según año de estudio.

Para el inciso d) que involucró los aspectos F1 y F4 del modelo 3UV, en primer año, un 72,29% pudo reconocer la función lineal, sólo un 6% respondió de manera incorrecta (Figuras 3 y 4) y el resto no contestó la pregunta. En el caso del distinguir las variables independientes y dependientes se encontró que un 41,89% confundió variable con parámetro (Figura 4) evidenciando un escaso manejo de los aspectos que corresponden a los enumerados como G1, G2 y F1. El 7,43% invirtió las variables, lo cual evidenció falencias para manejar el elemento F1 del modelo 3UV. Los estudiantes de segundo año identificaron la función lineal con un 75,44% de aciertos, 5,26% respondieron de manera incorrecta y el 17,54% no respondió. Confundió variable con parámetro el 35,09% e invirtió las variables independiente y dependiente un 22,81%.

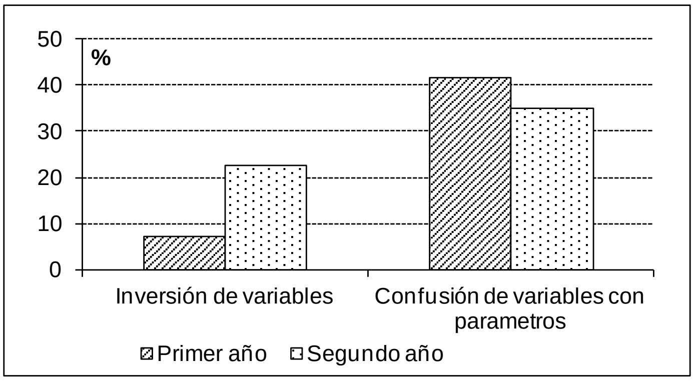


Gráfico IV: Porcentaje de errores en la resolución del ítem d), según año de estudio.

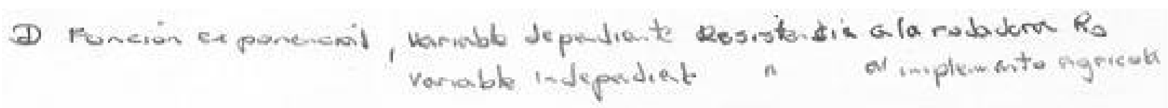


Figura 3: Una resolución del ítem d) de manera incorrecta, efectuada por M.I.

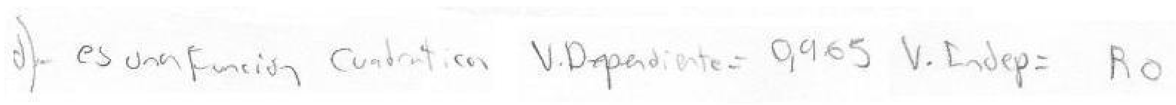


Figura 4: Una resolución del ítem d) de manera incorrecta, efectuada por A. L.

Un hecho a resaltar es aquél que nos mostró que cuando los estudiantes de segundo año necesitaron usar Matemática en una asignatura de año superior, al menos para la función lineal, pudieron recobrar el concepto y su utilización.

Es importante destacar también que, aquellos alumnos que identificaron correctamente tanto la función lineal como las variables dependiente e independiente involucradas, en su mayoría (80%), resolvieron correctamente los incisos anteriores.

A modo de Conclusión

Un resultado alentador fue el hecho de que los alumnos de segundo año no utilizaron la "regla de tres", posiblemente debido a un proceso de reconocimiento más concreto del tipo de función involucrada después de haber cursado Matemática I y II. Esta afirmación se corroboró con el hecho de que algunos alumnos de primer año hicieron uso del modelo proporcional.

En ambos grupos se detectaron los mayores porcentajes de error cuando se solicitaba identificar el tipo de función y las variables involucradas, lo cual podría deberse a la dificultad para abstraer los conceptos. Esto quedó evidenciado al observar el alto porcentaje de alumnos que confundieron variable con parámetro. Es decir, un número considerable de los alumnos, no demuestra un aprendizaje significativo de los conceptos de variable y parámetro.

Cabe destacar que quienes tenían manejo de los conceptos teóricos dados en Matemática no tuvieron dificultad en resolver los ejercicios en los cuales había que realizar un cálculo vinculado a tales conceptos.

Bibliografía

Bocco, M., Canter, C., Chapresto, S. y Sayago, S. 2010. Conceptos geométricos y unidades de medida en la etapa de articulación nivel medio – nivel universitario. Actas de la VIII Conferencia Argentina de Educación Matemática, 624-630. Buenos Aires.

Diéguez Batista, R., García Reina, F., Server García, P. y Álvarez Valiente, I., 2003. Aplicación del enfoque holístico al estudio del proceso de solución de problemas matemáticos contextualizados en la matemática básica para la carrera de agronomía. Revista Iberoamericana de Educación. Disponible en: http://www.rieoei.org/deloslectores/466Diegez.pdf

Sanz, A., Pozo, J., Pérez Echeverría, M., Gómez Crespo, M. 1996. El razonamiento proporcional en expertos y novatos: el efecto del contenido. Rev. de Psicol. Gral. y Aplic. 49(2), 337-352.

Trigueros, M. y Ursini, S. 1998. Dificultades de los Estudiantes Universitarios frente al Concepto de Variable. En Hitt, F. (Ed.). Investigaciones en Matemática Educativa II. Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 445-463.

Ursini, S. y Trigueros, M. 2006. ¿Mejora la comprensión del concepto de variable cuando los estudiantes cursan matemáticas avanzadas? Eduación matemática, 18(3), 5-38. Santillana. México D.F.

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D. and Verschaffel, L. 2005. Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. Cognition and Instruction, vol. 23(1), pp. 57–86.

Anexo

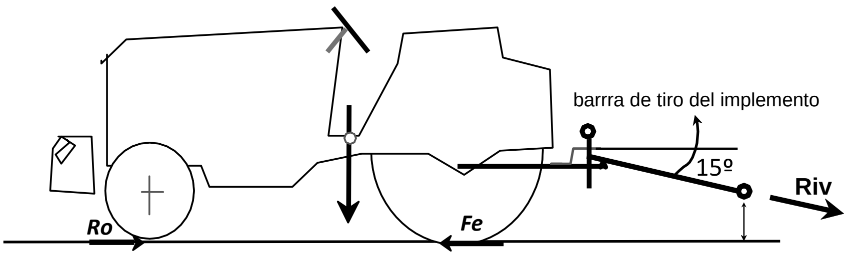
Conceptos de Matemática en Maquinaria Agrícola

Proyecto: *"Análisis de uso de conceptos matemáticos en la resolución de situaciones aplicadas a la Ingeniería Rural"*, con el propósito de interrelacionar asignaturas y el mejoramiento de las actividades de enseñanza-aprendizaje.

IMPORTANTE: Realizar el siguiente problema detallando todas las cuentas y razonamientos realizados, en la forma más completa posible.

Problema: En el siguiente gráfico de un tractor se visualizan:

- la fuerza de empuje F_e , que es la fuerza que ejerce el suelo en los tacos de la rueda de un tractor y que empuja al mismo
- la barra de tiro del implemento, que vincula el tractor con el implemento (sembradora, arado de rejas, etc.)
- la resistencia R_0 a la rodadura, que es el esfuerzo necesario del tractor para autopropulsarse.



La fuerza F_e puede calcularse mediante la siguiente fórmula, si la barra de tiro del implemento tiene una inclinación de 15º:

$$F_e = R_0 + x.0{,}965$$

donde x es la resistencia del implemento agrícola (**Riv**).

a) Si la resistencia del implemento tiene un valor de 3.000 kg fuerza y R_0 vale 200 kg fuerza, ¿cuánto vale la fuerza de empuje?
b) Y si la resistencia es la mitad del valor indicado en el ítem a) ¿cuánto vale la fuerza de empuje?
c) Y si la resistencia es la cuarta parte del valor que tiene en el ítem a) ¿cuánto vale la fuerza de empuje?
d) ¿Qué tipo de función es la que modeliza la situación? ¿Cuáles son las variables dependiente e independiente?